

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П. А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений,
канд. физ.-мат. наук, доцент

Д. В. Лиманский

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений.
Протокол от 08.04.2025 г. № 9а

Заведующий кафедрой

В. В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
16.04.2025 г.

И. А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 16.04.2025 г. № 3.
Председатель

Л. И. Селякова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
16.04.2025 г.

В. В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы, Математический анализ, Алгебра, Аналитическая геометрия.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Курсовая работа по профилю обучения, Комплексный анализ, Уравнения математической физики, Функциональный анализ, Вариационное исчисление и методы оптимизации, Теоретическая механика, Производственная практика: научно-исследовательская работа, Преддипломная практика.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.Б.14. Дифференциальные уравнения
Часть образовательной программы	Базовая часть
Количество зачетных единиц / всего часов	8 / 288

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	2	3	34	34	–	80	148	экзамен
Очная	2	4	30	–	30	80	140	экзамен
Очная, всего			64	34	30	160	288	

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Углубленная подготовка в области дифференциальных уравнений и их приложений; овладение методами решения основных типов дифференциальных уравнений и их систем; овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в науке и приложениях; формирование у студентов научного подхода.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ОПК-2. Способен разрабатывать, анализировать и внедрять новые математические модели в современных естествознании, технике, экономике и управлении.

4.2. Индикаторы компетенций

ОПК-2.1. Использует методы построения и анализа математических моделей в задачах естествознания, техники, экономики и управления.

4.3. Результаты обучения

ОПК-2.1.1. Знает принципы построения и анализа математических моделей.

ОПК-2.1.2. Умеет строить и анализировать математическую модель.

ОПК-2.1.3. Умеет применять на практике математические модели и компьютерные технологии.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Элементарные методы интегрирования	1.1. Уравнение с разделяющимися переменными. 1.2. Однородное уравнение. Линейное уравнение 1-го порядка. Уравнение Бернулли. 1.3. Уравнение в полных дифференциалах. Метод интегрирующего множителя.
Раздел 2. Теоремы существования и единственности	2.1. Теорема Пикара и ее обобщения. 2.2. Уравнения 1-го порядка, неразрешенные относительно производной. 2.3. Интегрируемые случаи уравнений высшего порядка.
Раздел 3. Общая теория линейных уравнений	3.1. Структура общего решения линейного уравнения n-го порядка. 3.2. Метод Эйлера. 3.3. Уравнения Эйлера и Чебышева.
Раздел 4. Краевые задачи	4.1. Краевые задачи для линейного уравнения 2-го порядка. 4.2. Функция Грина
Раздел 5. Общая теория линейных систем	5.1. Линейные однородные и неоднородные системы первого порядка. 5.2. Метод Эйлера.
Раздел 6. Теория устойчивости и особые точки	6.1. Устойчивость и асимптотическая устойчивость. 6.2. Теорема Ляпунова об устойчивости по 1-му приближению. 6.3. Автономные системы. Классификация особых точек.
Раздел 7. Уравнения в частных производных первого порядка	7.1. Нелинейные нормальные системы и методы их решения. 7.2. Уравнения в частных производных первого порядка.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Элементарные методы интегрирования	10	10	-	24	44
Уравнение с разделяющимися переменными	2	2	-	6	10
Однородное уравнение. Линейное уравнение 1-го порядка. Уравнение Бернулли	4	4	-	10	18
Уравнение в полных дифференциалах. Метод интегрирующего множителя	4	4	-	8	16
Раздел 2. Теоремы существования и единственности	10	10	-	22	42
Теорема Пикара и ее обобщения	2	2	-	6	10
Уравнения 1-го порядка, неразрешенные относительно производной	4	4	-	8	16
Интегрируемые случаи уравнений высшего порядка	4	4	-	8	16
Раздел 3. Общая теория линейных уравнений	14	14	-	34	62
Структура общего решения линейного уравнения n-го порядка	4	4	-	12	20
Метод Эйлера	6	6	-	14	26
Уравнения Эйлера и Чебышева	4	4	-	8	16
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	34	34	-	80	148

6.2. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 4

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 4. Краевые задачи	6	-	6	20	32
Краевые задачи для линейного уравнения 2-го порядка.	2		2	10	14
Функция Грина	4		4	10	18
Раздел 5. Общая теория линейных систем	12	-	12	20	44
Линейные однородные и неоднородные системы первого порядка	4	-	4	10	18
Метод Эйлера	8	-	8	10	26
Раздел 6. Теория устойчивости и особые точки	8	-	8	20	36
Устойчивость и асимптотическая устойчивость.	2	-	2	8	12
Теорема Ляпунова об устойчивости по 1-му приближению	4	-	4	8	16
Автономные системы. Классификация особых точек	2	-	2	4	8
Раздел 7. Уравнения в частных производных первого порядка	4	-	4	20	28

Нелинейные нормальные системы и методы их решения	2	-	2	10	14
Уравнения в частных производных первого порядка	2	-	2	10	14
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	30	-	30	80	140
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП	64	34	30	120	288

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1. Элементарные методы интегрирования

1. Обыкновенное дифференциальное уравнение, его общее, частное и особое решения. Начальные и граничные условия. Задача Коши и граничная задача.
2. Геометрический смысл уравнения 1-го порядка, разрешенного относительно производной, и его решения. Интегральные кривые. Поле направлений.
3. Уравнение с разделяющимися переменными, теорема о существовании решения задачи Коши.
4. Решение однородного уравнения. Уравнения, сводящиеся к однородному.
5. Решение линейного неоднородного уравнения 1-го порядка и уравнения Бернулли. Метод Бернулли.
6. Критерий уравнения в полных дифференциалах. Метод интегрирующего множителя.

Раздел 2. Теоремы существования и единственности

7. Теорема Пикара существования и единственности решения задачи Коши для уравнения 1-го порядка, разрешенного относительно производной.
8. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для системы уравнений 1-го порядка и уравнения высшего порядка.
9. Общий метод параметризации для решения уравнения 1-го порядка, не разрешенного относительно производной.
10. Уравнения Клеро и Лагранжа, их общие и особые решения.
11. Интегрируемые случаи уравнений высшего порядка.

Раздел 3. Общая теория линейных уравнений

12. Критерий линейной независимости решений линейного однородного уравнения. Определитель Вронского.
13. Теорема об общем решении линейного однородного уравнения n-го порядка. Фундаментальная система решений.
14. Формула Остроградского — Лиувилля. Формула Абеля.
15. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения n-го порядка. Метод вариации произвольных постоянных.
16. Линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Метод Эйлера построения его фундаментальной системы решений.
17. Линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами и правой частью в виде квазимногочлена. Метод подбора частного решения.
18. Уравнение Эйлера. Уравнение Чебышёва. Методы их решения.

Раздел 4. Краевые задачи

19. Краевая задача для линейного уравнения 2-го порядка. Виды краевых условий. Приведение уравнения и краевых условий к каноническому виду.

20. Критерий разрешимости краевой задачи для линейного уравнения 2-го порядка.

21. Теорема существования и единственности функции Грина краевой задачи для уравнения 2-го порядка.

22. Теорема Гильберта.

Раздел 5. Общая теория линейных систем

23. Критерий линейной независимости решений линейной однородной системы 1-го порядка. Определитель Вронского.

24. Теорема об общем решении линейной однородной системы 1-го порядка. Фундаментальная система решений и фундаментальная матрица системы.

25. Формула Остроградского — Лиувилля — Якоби.

26. Теорема об общем решении линейной неоднородной системы 1-го порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

27. Линейная однородная система 1-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Метод Эйлера построения ее фундаментальной системы решений.

Раздел 6. Теория устойчивости и особые точки

28. Устойчивость по Ляпунову. Геометрический смысл устойчивости. Асимптотическая устойчивость.

29. Критерий устойчивости линейной системы с постоянными коэффициентами.

30. Линеаризация системы 1-го порядка. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.

31. Автономные системы и их свойства. Фазовое пространство и фазовые траектории.

32. Классификация особых точек автономной системы двух линейных дифференциальных уравнений с двумя переменными.

Раздел 7. Уравнения в частных производных первого порядка

33. Нелинейная нормальная система. Ее первые интегралы. Критерий независимости первых интегралов нормальной системы. Теорема об общем интеграле нормальной системы 1-го порядка.

34. Эквивалентность нормальной системы специальной автономной системе. Метод интегрируемых комбинаций.

35. Линейное и квазилинейное уравнения в частных производных 1-го порядка, их решения. Характеристики линейного однородного уравнения в частных производных 1-го порядка. Теорема об общем решении этого уравнения.

36. Характеристики квазилинейного уравнения в частных производных 1-го порядка. Теорема об общем решении этого уравнения. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для этого уравнения.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике включают задания указанных типов.

Раздел 1. Элементарные методы интегрирования: решение задачи Коши для уравнения с разделяющимися переменными; решение однородного уравнения; решение уравнения, сводящегося к однородному; решение линейного уравнения 1-го порядка; решение уравнения Бернулли; решение уравнения в полных дифференциалах; решение

уравнения, сводящегося к уравнению в полных дифференциалов путем подбора интегрирующего множителя.

Раздел 2. Теоремы существования и единственности: решение уравнения Клеро; решение уравнения Лагранжа; решение общего уравнения 1-го порядка, не разрешенного относительно производной; решение задачи Коши для уравнения высшего порядка.

Раздел 3. Общая теория линейных уравнений: решение линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами методом Эйлера; решение линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами методом вариации произвольных постоянных; решение задачи Коши для линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью методом подбора частного решения; решение уравнения Эйлера; решение уравнения Чебышёва.

Раздел 4. Краевые задачи: решение краевой задачи для линейного уравнения 2-го порядка; решение линейного однородного уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами методом Абеля; нахождение функции Грина краевой задачи для линейного уравнения 2-го порядка.

Раздел 5. Общая теория линейных систем: решение системы уравнений 1-го порядка методом подстановки; решение линейной однородной системы 1-го порядка методом Эйлера; решение линейной неоднородной системы 1-го порядка методом вариации произвольных постоянных.

Раздел 6. Теория устойчивости и особые точки: исследование устойчивости по первому приближению нулевого решения системы 1-го порядка; исследование устойчивости положений равновесия системы 1-го порядка; исследование особых точек автономной линейной системы 1-го порядка от двух переменных.

Раздел 7. Уравнения в частных производных первого порядка: нахождение первых интегралов системы нелинейной нормальной системы 1-го порядка; решение линейного однородного уравнения в частных производных 1-го порядка; решение квазилинейного уравнения в частных производных 1-го порядка; решение задачи Коши для указанных видов уравнений.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета

В каждом из семестров, в зависимости от ведения учебного процесса в традиционном (очном) формате или с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может включать теоретические вопросы (из приведенного выше списка или более детализированные) и (или) практические задания по изученным в данном семестре темам (см. выше типы задач).

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кого набранные баллы не устраивают, сдают экзамен. Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Оценка за семестр вычисляется как

максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 3

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-3	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	45
	Контрольная работа по теоретическому материалу	45
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

8.2. Семестр 4

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
4-7	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	45
	Контрольная работа по теоретическому материалу	45
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных,

учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Понтрягин, Л. С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: [учебник для вузов] / Л.С. Понтрягин. - 3-е изд. – М.: Наука, 1970. - 332 с.
2. Филиппов А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: [Для вузов] / А.Ф. Филиппов. – 7-е изд. - М.: Наука, 1992. - 127 с.

10.2. Дополнительная литература

3. Лиманский, Д. В. Дифференциальные уравнения: учебное пособие. Ч.1 / Д.В. Лиманский, П.А. Машаров. - Донецк: ДОННУ, 2019. – 142 с.
4. Лиманский, Д. В. Дифференциальные уравнения: учебное пособие. Ч.2 / Д.В. Лиманский, П.А. Машаров. - Донецк: ДОННУ, 2020. – 166 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 31.03.2025). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).